“Transformación del aprendizaje de matemáticas avanzadas: Impacto cuantitativo de GeoGebra 3d Android en dominios multivariables"

Estudio realizado en la Carrera de Ingeniería Civil del

Centro Universitario de San Marcos

Diego Esteban Orozco Orozco

Autor

Tesis presentada con el objetivo de obtener el Título de Magíster en Ciencias en el marco del Programa de la Maestría en Docencia Universitaria con Orientación en Neuroeducación

MSc. Edvin Bernardo Dardón González

Asesor

San Marcos, junio de 2025.

Transformación del aprendizaje de matemáticas avanzadas: Impacto cuantitativo de GeoGebra 3d android en dominios multivariables"

Estudio realizado en la Carrera de Ingeniería Civil del

Centro Universitario de San Marcos

Diego Esteban Orozco Orozco

Autor

Tesis presentada con el objetivo de obtener el Título de Magíster en Ciencias en el marco del Programa de Docencia Universitaria con Orientación en Neuroeducación

MSc. Edvin Bernardo Dardón González

Asesor

San Marcos, junio de 2025.

M.A. Walter Ramiro Mazariegos Biolis
Universidad de San Carlos de Guatemala
Rector

MSc. Juan Carlos López Navarro
Centro Universitario de San Marcos
Director general

MSc. Eugenia Elizabet Makepeace Alfaro
Departamento de Estudios de Postgrado
Directora

PhD. Robert Enrique Orozco Sánchez
Programa de Maestría en Administración de Recursos Humanos
y Maestría en Proyectos de Desarrollo
Coordinador

MSc. Erick Iván de León de León
Programa de Maestría en Docencia Universitaria
Coordinador

San Marcos, 12 de enero de 2025.

Señores:
Unidad de Tesis
Departamento de Estudios de Postgrado
Centro Universitario de San Marcos
Edificio.

Distinguidos miembros de la Unidad de Tesis:

Por este medio me permito informar que he concluido satisfactoriamente el proceso de revisión de la tesis denominada: **"Transformación del aprendizaje de matemáticas avanzadas: Impacto cuantitativo de GeoGebra 3D Android en dominios multivariables"**, del estudiante: **Diego Esteban Orozco Orozco**, carné No. **200611100**, de la Maestría en Docencia Universitaria con Orientación en Neuroeducación.

Una tesis rigurosa, innovadora y de alto valor académico, centrada en la incorporación de tecnologías digitales al proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas avanzadas.

Su investigación, basada en un diseño aplicado, no solo demuestra dominio en el manejo metodológico y estadístico, sino que también ofrece un aporte significativo al campo de la didáctica de las matemáticas mediante la integración del software GeoGebra 3D Android en la enseñanza de funciones multivariables e integrales triples.

El trabajo se distingue por su claridad estructural, el uso preciso de herramientas tecnológicas y el respaldo teórico actualizado, lo cual permite evidenciar una mejora tangible en el rendimiento académico y la percepción estudiantil en torno al aprendizaje con apoyo digital. La propuesta no solo es pertinente para el contexto universitario del CUSAM, sino también transferible a otros escenarios educativos donde se busca una enseñanza más visual, dinámica y significativa.

Atentamente.

Edvin B. Dardón González
ADMINISTRADOR DE EMPRESAS
Colegiado No. 24,000

MSc. Edvin Bernardo Dardón González
Asesor

cc. archivo.

Universidad de San Carlos de Guatemala
Centro Universitario de San Marcos
Departamento de Estudios de Postgrado

San Marcos, 23 de mayo de 2025

Señores:

Unidad de Tesis

Departamento de Estudios de Postgrado

Centro Universitario de San Marcos

Universidad de San Carlos de Guatemala

Distinguidos profesionales:

En calidad de Revisor, para examinar la tesis denominada: **"Transformación del aprendizaje de matemáticas avanzadas: Impacto cuantitativo de GeoGebra 3D Android en dominios multivariables".** por el maestrante: **Diego Esteban Orozco Orozco,** carné No. **200611100**. Tesis presentada para optar al título de: **Maestro en Ciencias** en **Docencia Universitaria con Orientación en Neuroeducación;** manifiesto, que he revisado el mencionado trabajo, acción que ha derivado en enmiendas y correcciones que el maestrante ha cumplido a cabalidad, razón por la cual emito **Dictamen favorable** y solicito atentamente sea aceptado para continuar con el proceso de graduación.

Si otro particular, me suscribo con muestras de respeto y aprecio.

ID Y ENSEÑAD A TODOS

MSc. Veder Eliú Bautista Cifuentes
Revisor

DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
Centro Universitario de San Marcos, 3 Ave. 7-42, Zona 3
Universidad de San Carlos de Guatemala
San Marcos, Guatemala, C. A.
Teléfono: (502) 77601664

Tribunal que practicó el examen privado de tesis

MSc. Eugenia Elizabeth Makepeace Alfaro
Directora del Departamento de Estudios de Posgrados

MSc. Erick Iván de León de León
Coordinador de la Maestría en Docencia Universitaria

MSc. Veder Eliú Bautista Cifuentes
Secretario de la Unidad de Tesis
y Revisor

MSc. Edvin Bernardo Dardón González
Asesor

EL INFRASCRITO SECRETARIO DE LA UNIDAD DE TESIS, DEL DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS DE POSTGRADOS, DEL CENTRO UNIVERSITARIO DE SAN MARCOS, DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA, **CERTIFICA:** QUE HA TENIDO A LA VISTA EL LIBRO DE ACTAS DE EXÁMENES PRIVADOS, DEL DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS DE POSTGRADOS, DEL CENTRO UNIVERSITARIO DE SAN MARCOS, EN EL QUE A FOLIOS No. 095, SE ENCUENTRA FACCIONADA EL ACTA No. 28-2025, LA QUE COPIADA LITERALMENTE DICE: ----------

Acta No. 28-2025

En la ciudad de San Marcos, departamento de San Marcos, siendo las dieciocho horas, del día jueves diecinueve de junio del año dos mil veinticinco, reunidos en el salón de sesiones del Departamento de Estudios de Postgrados, del Centro Universitario de San Marcos, de la Universidad de San Carlos de Guatemala, el Honorable Tribunal Examinador, integrado por los siguientes profesionales: Directora: MSc. Eugenia Elizabeth Makepeace Alfaro, Coordinador: MSc. Erick Iván de León de León; Secretario/Revisor: MSc. Veder Eliú Bautista Cifuentes; Asesor: MSc. Edvin Bernardo Dardón González; con el objeto de practicar Examen Privado, de la Maestría en Docencia Universitaria con Orientación en Neuroeducación, en el grado académico de Maestría en Ciencias, del (a) Maestrante: **Ing. Diego Esteban Orozco Orozco,** identificado con carné **No. 200611100**, procediéndose de la siguiente manera: ----------

PRIMERO: El (a) sustentante practicó la evaluación oral correspondiente, de conformidad con el Reglamento respectivo. **SEGUNDO**: Después de efectuadas las preguntas necesarias, los integrantes del Tribunal Examinador procedieron a la deliberación, habiendo sido el dictamen FAVORABLE. **TERCERO**: En consecuencia, el Resultado del Examen Privado de Tesis, del sustentante es: **Aprobado por Unanimidad, con mención especial: MAGNA SUMMA CUM LAUDE.** Previo a otorgarle el título profesional de: **MAESTRO EN DOCENCIA UNIVERSITARIA CON ORIENTACIÓN EN NEUROEDUCACIÓN.** Se finaliza la presente, en el mismo lugar y fecha, una hora después de su inicio, firmando de conformidad, los que en ella intervinieron.

Y PARA LOS USOS LEGALES QUE AL (LA) INTERESADO (A) CONVENGAN, SE EXTIENDE, FIRMA Y SELLA LA PRESENTE **CERTIFICACIÓN,** EN UNA HOJA MEMBRETADA DEL DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO, DEL CENTRO UNIVERSITARIO DE SAN MARCOS, DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA, A VEINTE DÍAS DEL MES DE JUNIO DEL AÑO DOS MIL VEINTICINCO.

"ID Y ENSEÑAD A TODOS"

MSc. Veder Eliú Bautista Cifuentes
Secretario Unidad de Tesis

Visto Bueno. MSc. Eugenia Elizabet Makepeace Alfaro
Directora Departamento de Estudios de Postgrado

cc. Interesado (a)
cc. Archivo

ORDEN DE IMPRESIÓN POST-CUSAM. 28-2025

La infrascrita directora del Departamento de Estudios de Postgrados, del Centro Universitario de San Marcos, de la Universidad de San Carlos de Guatemala, luego de tener a la vista el dictamen correspondiente del Asesor y Certificación del Acta de Examen Privado No. 28-2025 de fecha 20 de junio de 2025, suscrita por los integrantes del Tribunal Examinador designados para realizar Examen Privado de Tesis, titulada: **"Transformación del aprendizaje de matemáticas avanzadas: Impacto cuantitativo de GeoGebra 3d Android en dominios multivariables".** Estudio realizado en la Carrera de Ingeniería Civil del Centro Universitario de San Marcos**.** Presentada por el maestrante: **Diego Esteban Orozco Orozco**, con Registro Académico **No**. **200611100.** Previo a conferírsele el título de: **Maestro en Ciencias** en **Docencia Universitaria con Orientación en Neuroeducación,** autoriza la impresión de la misma.

San Marcos, 20 de junio de 2025.

IMPRÍMASE.

"ID Y ENSEÑAD A TODOS"

MSc. Eugenia Elizabet Makepeace Alfaro
Directora Departamento de Estudios de Postgrado
Centro Universitario de San Marcos

c.c. archivo
c.c. interesado (a)

DEDICATORIA:

A DIOS:	Por ser fuente de sabiduría y conocimiento, que me permite alcanzar un nuevo objetivo de vida.
A mis padres:	Ing. Mario Orozco y Marleny Orozco, por haberme forjado con valores.
A mi esposa:	Dra. Marcely Ramos, por su apoyo incondicional durante este proceso.
A mis hijos:	Ester, Diego y Sofia, por ser fuente de inspiración y motivación durante este proceso.
A mis hermanos:	Mario Jesús y María, por su apoyo incondicional
A mi familia:	Tíos, tías, primos y primas por su apoyo demostrado durante diferentes etapas de mi vida.
A mis amigos:	Por ser parte fundamental de este proceso de aprendizaje y por su amistad incondicional (Oscar, Osiel, Luis Carlos)

AGRADECIMIENTOS:

- A la Universidad de San Carlos de Guatemala
- Al Centro Universitario de San Marcos.
- A la directora y al Departamento de Estudios de Postgrados CUSAM
- A mi Asesor
- A mi Revisor
- A todas las personas e instituciones que aportaron para que esta investigación fuera una realidad.

Nota: Únicamente el autor es responsable de las doctrinas y opiniones sustentadas en la presente tesis. Artículo 31 del reglamento de exámenes técnico-profesionales del Centro Universitario de San Marcos de la Universidad de San Carlos de Guatemala.

RESUMEN

Esta investigación analiza el impacto del uso del software GeoGebra 3D Android en el aprendizaje de funciones multivariables e integrales triples en estudiantes del curso de Matemática Intermedia II de la carrera de Ingeniería Civil del Centro Universitario de San Marcos (CUSAM), Universidad de San Carlos de Guatemala. Con un enfoque cuantitativo y un diseño experimental, se compararon dos grupos: uno instruido mediante metodología tradicional y otro que utilizó el software como recurso didáctico complementario. Se aplicaron dos instrumentos: una matriz de rendimiento académico y un cuestionario de percepción estudiantil.

Los resultados revelan diferencias significativas en el desempeño académico a favor del grupo que usó GeoGebra 3D Android, así como una alta valoración positiva del software por parte de los estudiantes, especialmente en aspectos como la claridad visual, la facilidad de uso y la motivación para aprender. La correlación de Spearman confirmó una relación positiva entre la percepción del software y el rendimiento académico. Las conclusiones respaldan la hipótesis de que el uso de herramientas tecnológicas como GeoGebra potencia la comprensión de conceptos complejos en cálculo multivariable, alineándose con enfoques contemporáneos en neuroeducación y visualización matemática.

.

Palabras claves: GeoGebra 3D Android, Funciones multivariables, Integrales triples, Aprendizaje significativo, Tecnología educativa

ÍNDICE

1 INTRODUCCIÓN 1

2 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN 3

2.1 Planteamiento del Problema 3

2.2 Preguntas de Investigación 4

2.2.1 Pregunta principal 4

2.2.2 Preguntas secundarias 4

2.3 Objetivos de la Investigación 4

2.3.1 Objetivo general 4

2.3.2 Objetivos específicos 5

2.3.3 Hipótesis 5

2.3.3.1 Hipótesis nula (H_0) 5

2.3.3.2 Hipótesis alternativa (H_1) 5

2.3.4 Operacionalización de Variables 6

2.4 Estado del Arte 8

2.4.1 Visualización espacial y grafica 3D 8

2.4.2 Comprensión conceptual y resolución de integrales multivariables 9

2.4.3 Instrumentos académicos y medición 9

2.4.4 Software interactivo dedicado al cálculo multivariable 9

2.4.5 Nivel de aprendizaje en funciones multivariables e integrales triples 10

2.4.6 Visualización matemática y grafica 3D 10

2.4.7 Evaluación e instrumentación académica 10

2.5 Delimitaciones 11

2.5.1 Delimitación Espacial 11

2.5.2 Delimitación Institucional 11

2.5.3 Delimitación Temporal 11

2.6 Alcances y límites 11

2.6.1 Alcances 11

2.6.2 Límites 11

2.7 Aporte de la investigación 11

3 METODOLOGÍA 12

3.1 Sujetos 12

3.2 Técnicas e Instrumentos 12

3.2.1 Cuestionario y entrevistas 12

3.3 Procedimientos 12

3.4 Tipo de investigación 13

4 FUNDAMENTOS TEÓRICOS 15

4.1 Uso del software GeoGebra 3D Android 15

4.1.1 Frecuencia de uso de software 16

4.1.2 Tipo de actividades realizadas con GeoGebra 16

4.1.3 Nivel de interacción con funciones y gráficos en 3D 16

4.1.4 Nivel de motivación y percepción de utilidad 17

4.2 Aprendizaje en Matemática Intermedia II 17

4.2.1 Nivel de Aprendizaje en Funciones Multivariables e Integrales Triples 18

4.2.2 Comprensión conceptual de funciones multivariables 18

4.2.3 Habilidad de graficar e interpretación tridimensional 18

4.2.4 Precisión en la resolución de integrales triples 18

4.2.5 Desempeño académico general (medido por promedios) 19

5 PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS 20

5.1 Análisis del grupo con metodología de enseñanza convencional 20

5.1.1 Información descriptiva del grupo GET 20

5.1.2 Frecuencia de uso 21

5.1.3 Utilidad percibida 22

5.1.4 Impacto de aprendizaje 22

5.1.5 Motivación 22

5.1.6 Facilidad de uso 23

5.1.7 Satisfacción Global 23

5.1.8 Impacto en el aprendizaje 23
5.1.9 Precepción del rendimiento..... 24
5.1.10 Habilidad técnica / Facilidad de uso. 24
5.1.11 Correlación de Spearman GET. 24

5.2 Segunda parte: Evaluación grupo abordado con herramienta de modelado GeoGebra 3D Android 26

5.2.1 Frecuencia de uso..... 27
5.2.2 Utilidad percibida..... 28
5.2.3 Impacto de aprendizaje 28
5.2.4 Motivación 29
5.2.5 Facilidad de uso 29
5.2.6 Satisfacción Global 29
5.2.7 Impacto en el aprendizaje 30
5.2.8 Precepción del rendimiento..... 30
5.2.9 Habilidad técnica / Facilidad de uso. 30
5.2.10 Correlación de Spearman GID..... 31

5.3 Análisis de correlación entre grupos GET y GID 32

5.3.1 Comparación de grupos mediante prueba t de Student..... 32
Comparativa de indicadores evaluados entre ambos grupos..... 34
5.3.2 Comprobación de Hipótesis 35

6 DISCUSIÓN DE RESULTADOS 37
7 CONCLUSIONES..... 39
8 RECOMENDACIONES 41

8.1 A nivel institucional 41

8.2 A nivel didáctico y docente..... 41

9 REFERENCIAS..... 43
10 ANEXOS..... 46

10.1 Ficha técnica 46

10.2 Instrumentos..... 48

10.2.1 Guía de Evaluación 48

10.3 Cronograma 54

10.4 No plagio 55

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Operacionalización de variables, variable independiente. 6
Tabla 2 Operacionalización de variables, variable dependiente. 7
Tabla 4 Datos Generales GET 20
Tabla 5 Frecuencia de Uso de GeoGebra 3D Android en el Curso 21
Tabla 6 Integración de GeoGebra 3D en clases y tareas. 21
Tabla 7 Facilidad de comprensión de funciones multivariables 22
Tabla 8 Percepción sobre la Capacidad de Visualización sin GeoGebra 3D 22
Tabla 9 Motivación estudiantil sin GeoGebra 3D 22
Tabla 10 Proyección de uso de GeoGebra 3D en dispositivos móvil 23
Tabla 11 Potencial uso de GeoGebra 3D en otros cursos 23
Tabla 12 Percepción de la seguridad conceptual bajo modelo tradicional 23
Tabla 13 autovaloración del rendimiento académico en el curso matemática intermedia II 24
Tabla 14 Autoevaluación de capacidad para el uso de software GeoGebra3D 24
Tabla 15 Datos Generales grupo GID 27
Tabla 16 Frecuencia de Uso de GeoGebra 3D Android en el Curso 27
Tabla 17 Integración de GeoGebra 3D en clases y tareas. 28
Tabla 18 Facilidad de comprensión de funciones multivariables 28
Tabla 19 Percepción sobre la Capacidad de Visualización con GeoGebra 3D 28
Tabla 20 Motivación estudiantil con GeoGebra 3D 29
Tabla 21 Uso de GeoGebra 3D en dispositivos móvil 29
Tabla 22 Potencial uso de GeoGebra 3D en otros cursos 29
Tabla 23 Percepción de la seguridad conceptual bajo modelo de software de modelado 30
Tabla 24 autovaloración del rendimiento académico en el curso matemática intermedia II 30
Tabla 25 Autoevaluación de capacidad para el uso de software GeoGebra3D 30
Tabla 26 comparativa de indicadores evaluados entre grupos 34

Tabla 27 Estadísticos Generales Rendimiento académico MBI 35

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 1 Correlación de Spearman sobre percepción y nota final..... 26
Gráfica 2 Correlación de Spearman sobre percepción y nota final..... 32
Gráfica 3 Relación de notas del GET y el GID..... 33

ÍNDICE DE FÓRMULAS

Fórmula 1 Cálculo del Promedio de Percepción..... 25
Fórmula 2 Correlación de Spearman del GC. 25
Fórmula 3 Cálculo del Promedio de Percepción..... 31
Fórmula 4 Correlación de Spearman del GC. 31
Fórmula 5 Prueba t de Student. 32

1 INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas avanzadas, particularmente en el ámbito universitario, enfrenta el desafío constante de facilitar la comprensión de conceptos abstractos que requieren habilidades cognitivas de alto nivel, tales como la representación espacial, el razonamiento lógico-matemático y la manipulación simbólica. Uno de los contenidos más complejos en este contexto es el estudio de funciones multivariables e integrales triples, los cuales exigen al estudiante no solo una sólida base teórica, sino también una aguda capacidad de visualización tridimensional para interpretar con precisión fenómenos matemáticos representados en más de dos dimensiones (Tall, 2013).

En cursos como Matemática Intermedia II, incluidos en los planes de estudio de carreras como Ingeniería Civil, se observa que los métodos tradicionales de enseñanza basados en explicaciones estáticas sobre pizarra o libros de texto resultan limitados para generar una comprensión profunda de estos conceptos. Este desfase entre la forma de enseñanza y la naturaleza dinámica del contenido puede provocar dificultades significativas en los estudiantes, tales como desmotivación, baja retención de conocimientos y resultados académicos deficientes (Duval, 2006; Arcavi, 2003). En consecuencia, se vuelve crucial buscar enfoques pedagógicos innovadores que integren la tecnología como una aliada estratégica del aprendizaje.

Dentro de estas propuestas, el uso de tecnologías digitales interactivas ha demostrado un impacto positivo en la mejora del rendimiento y la comprensión conceptual en matemáticas. En particular, herramientas como GeoGebra 3D permiten al estudiante manipular, explorar y visualizar funciones en tres dimensiones de forma dinámica, facilitando la construcción de significados y conexiones cognitivas que de otro modo serían difíciles de alcanzar (Hohenwarter & Lavicza, 2007; Arriaga et al., 2019). La integración de este tipo de software contribuye no solo a un aprendizaje más significativo, sino que también se alinea con los principios de la neuroeducación, al activar diversas áreas cerebrales vinculadas con el pensamiento visual-espacial, la memoria de trabajo y la atención sostenida (Tokuhama-Espinosa, 2017).

En este contexto, la presente investigación tiene como objetivo principal determinar el impacto del uso del software GeoGebra 3D Android en el aprendizaje de graficar funciones multivariables. Este estudio se desarrollará con estudiantes del cuarto ciclo de la carrera de Ingeniería Civil del Centro Universitario de San Marcos (CUSAM), quienes cursan Matemática Intermedia II. En dicho curso se ha identificado, a través de evaluaciones anteriores y entrevistas docentes, una tendencia recurrente a la dificultad en la comprensión y representación de gráficos tridimensionales mediante métodos convencionales.

La metodología adoptada es de enfoque cuantitativo, bajo un diseño experimental de grupo control y grupo experimental. El grupo control será instruido bajo estrategias tradicionales sin el uso de recursos tecnológicos, mientras que el grupo experimental utilizará el software GeoGebra 3D Android como herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El rendimiento académico se medirá mediante pruebas estandarizadas pre y post intervención, lo que permitirá identificar si existen diferencias estadísticamente significativas atribuibles al uso de la herramienta digital. Complementariamente, se aplicará un cuestionario de percepción al grupo experimental para evaluar la aceptación, utilidad percibida y experiencia subjetiva con la metodología aplicada, lo que permitirá generar un análisis más integral del fenómeno educativo.

La hipótesis que guía este trabajo plantea que el uso de GeoGebra 3D Android mejora significativamente el rendimiento académico y la comprensión conceptual de los temas asociados a funciones multivariables, en comparación con métodos tradicionales. Dicha hipótesis se evaluará a partir del análisis de los datos obtenidos de una población de 27 estudiantes matriculados en el curso de Matemática Intermedia II durante el ciclo correspondiente.

Con ello, se espera generar evidencia empírica que respalde la incorporación de recursos tecnológicos innovadores en la enseñanza de las matemáticas avanzadas, alineada con los principios de la neuroeducación y las demandas contemporáneas de una docencia universitaria centrada en el estudiante.

2 PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

2.1 Planteamiento del Problema

El aprendizaje de las matemáticas avanzadas en el nivel universitario continúa representando un desafío significativo tanto para los estudiantes como para los docentes, especialmente en cursos que abordan contenidos abstractos y altamente visuales, como es el caso del estudio de funciones multivariables e integrales triples. Estos temas, presentes en asignaturas como Matemática Intermedia II del plan de estudios de Ingeniería Civil del Centro Universitario de San Marcos (CUSAM), exigen un nivel elevado de pensamiento espacial, razonamiento lógico y capacidad de interpretación gráfica en tres dimensiones.

Sin embargo, la enseñanza tradicional de estos contenidos, basada en métodos expositivos y el uso exclusivo de la pizarra, tiende a generar un bajo nivel de interés en el estudiantado. Esta metodología, al carecer de elementos visuales dinámicos e interactivos, limita la construcción significativa del conocimiento, haciendo que muchos estudiantes memoricen procedimientos sin comprender realmente los conceptos subyacentes (Tall, 2013; Arcavi, 2003). Como consecuencia, se observa una tendencia persistente a la desmotivación, el abandono del esfuerzo académico y, en numerosos casos, la reprobación del curso.

En el caso específico del curso de Matemática Intermedia II, los índices de reprobación han sido históricamente elevados, lo cual representa una problemática crítica, dado que esta asignatura constituye una base fundamental para el desarrollo de competencias técnicas en la formación de ingenieros civiles. El dominio de estos contenidos es indispensable para cursos posteriores relacionados con estructuras, hidráulica y diseño asistido por computadora. La falta de comprensión en esta etapa no solo afecta el rendimiento académico inmediato, sino que también debilita la trayectoria formativa del estudiante y su futura competencia profesional (Gómez-Chacón, 2002).

En un mundo donde la digitalización y las tecnologías emergentes transforman constantemente los entornos laborales y educativos, resulta incongruente continuar aplicando estrategias pedagógicas desactualizadas. La integración de herramientas digitales como GeoGebra 3D Android ofrece una oportunidad concreta para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje. Este software permite al estudiante visualizar de forma interactiva las funciones multivariables en tres dimensiones, manipular los elementos gráficos y construir una comprensión más intuitiva y profunda de los conceptos matemáticos (Hohenwarter & Lavicza, 2007; Arriaga et al., 2019).

No obstante, en el contexto del CUSAM aún no se ha sistematizado la implementación de esta tecnología en el curso mencionado, ni se cuenta con evidencia empírica local que respalde su efectividad. Esto genera una brecha entre las posibilidades

pedagógicas que ofrece la tecnología y la realidad de las prácticas docentes, que permanecen ancladas a esquemas tradicionales. Además, desde un enfoque de neuroeducación, se reconoce que el cerebro humano aprende mejor mediante experiencias multisensoriales y significativas, las cuales pueden ser estimuladas por el uso de entornos digitales interactivos (Tokuhama-Espinosa, 2017).

Por tanto, se plantea la necesidad de investigar si la incorporación de GeoGebra 3D Android como recurso pedagógico contribuye significativamente a la mejora del aprendizaje de funciones multivariables en estudiantes del cuarto ciclo de Ingeniería Civil. La resolución de este problema permitiría no solo elevar el nivel de comprensión de los contenidos matemáticos, sino también reducir los índices de reprobación, mejorar la motivación estudiantil y formar profesionales con competencias digitales acordes a las exigencias del siglo XXI.

2.2 Preguntas de Investigación

2.2.1 Pregunta principal

¿Realmente contribuye el uso del software GeoGebra 3D Android en mejorar el nivel de aprendizaje en graficar funciones multivariables e integrales triples?

2.2.2 Preguntas secundarias

¿Existen diferencias significativas en el rendimiento académico entre los estudiantes que usan GeoGebra 3D Android y los que aprenden mediante el método tradicional?

¿Qué percepción tienen los estudiantes sobre el uso de GeoGebra 3D Android como recurso didáctico en el aprendizaje de funciones multivariables e integrales triples?

2.3 Objetivos de la Investigación

2.3.1 Objetivo general

Determinar la relación entre el uso del software GeoGebra 3D Android y el nivel de aprendizaje en graficar funciones multivariables e integrales triples en estudiantes del curso de Matemática Intermedia II del cuarto ciclo de la carrera de Ingeniería Civil del CUSAM.

2.3.2 Objetivos específicos

- Describir el nivel de aprendizaje alcanzado en graficar funciones multivariables e integrales triples por los estudiantes que reciben instrucción mediante el método tradicional sin apoyo tecnológico.
- Describir el nivel de aprendizaje alcanzado en graficar funciones multivariables e integrales triples por los estudiantes que utilizan el software GeoGebra 3D Android como herramienta de apoyo.
- Comparar los resultados académicos entre los estudiantes que utilizan GeoGebra 3D Android y aquellos que siguen el método tradicional, para identificar diferencias significativas en el aprendizaje de funciones multivariables.
- Analizar la relación entre el uso de GeoGebra 3D Android y el rendimiento académico de los estudiantes en temas de funciones multivariables e integrales triples.
- Explorar la percepción del estudiantado sobre el uso del software GeoGebra 3D Android como recurso didáctico, en términos de utilidad, facilidad de uso y motivación para el aprendizaje.

2.3.3 Hipótesis

2.3.3.1 Hipótesis nula (H_0)

No existe una relación significativa entre el uso del software GeoGebra 3D Android y el nivel de aprendizaje en graficar funciones multivariables e integrales triples en los estudiantes del curso de Matemática Intermedia II de la carrera de Ingeniería Civil del CUSAM.

2.3.3.2 Hipótesis alternativa (H_1)

Existe una relación significativa entre el uso del software GeoGebra 3D Android y el nivel de aprendizaje en graficar funciones multivariables e integrales triples en los estudiantes del curso de Matemática Intermedia II de la carrera de Ingeniería Civil del CUSAM.

2.3.4 Operacionalización de Variables

Tabla 1 Operacionalización de variables, variable independiente.

Variable Independiente	Definición Operacional	Índices	Indicadores	Herramientas
Uso del software GeoGebra 3D Android.	Se refiere a la implementación del software GeoGebra 3D en dispositivos Android durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de funciones multivariables e integrales triples. Incluye frecuencia, tipo de uso, interacción con objetos gráficos y percepción del usuario.	Frecuencia de uso del software en clase y tareas.	Número de sesiones donde se usó el software	- Lista de cotejo de actividades realizadas con GeoGebra.
		Tipo de actividades realizadas con GeoGebra	Cantidad y tipo de ejercicios resueltos con GeoGebra.	- Registro de uso del software por sesión
		Nivel de interacción con funciones y gráficos en 3D.	Uso correcto de herramientas del entorno 3D (ejes, superficies, planos, coordenadas).	- Cuestionario de percepción del estudiante (escala tipo Likert).
		Nivel de motivación y percepción de utilidad.	Autoevaluación sobre facilidad de uso, claridad visual y aporte al aprendizaje	Observación directa del desempeño durante las actividades

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2 Operacionalización de variables, variable dependiente.

Variable dependiente	Definición operacional	Índices	Indicadores	Herramientas
Nivel de aprendizaje en funciones multivariables e integrales triples	Se refiere al grado de comprensión, interpretación y aplicación que los estudiantes alcanzan sobre funciones de varias variables e integrales triples. Implica la capacidad para representar gráficamente funciones en 3D, resolver problemas asociados y aplicar procedimientos de cálculo multivariable. Este nivel será evaluado mediante pruebas académicas diseñadas para medir conocimiento conceptual, procedimental y gráfico.	Desempeño en evaluaciones parciales	- Calificación obtenida en el primer examen parcial sobre funciones multivariables - Calificación obtenida en el segundo examen parcial sobre integrales triples	Pruebas parciales del curso (1°, 2°)
		Desempeño en evaluación final	- Calificación en el examen final integrador	Prueba final del curso
		Nota final del curso	Promedio final del curso de Matemática Intermedia II	Escala de desempeño numérico (0 a 100 puntos)

Fuente: Elaboración propia.

2.4 Estado del Arte

El aprendizaje de funciones multivariables e integrales triples constituye un pilar fundamental en la formación matemática avanzada, especialmente en disciplinas STEM (Science, Technology, Engineering, and Mathematics). Esta variable dependiente se operacionaliza en tres dimensiones interrelacionadas: comprensión conceptual, habilidad gráfica en 3D y resolución procedimental de integrales multivariables. A continuación, se presenta una revisión actualizada de la literatura, organizada por cada dimensión, con base en investigaciones recientes (2019-2024).

La investigación educativa reciente ha dado creciente atención a la mejora del aprendizaje matemático a través de estrategias centradas en la comprensión, la metacognición y la personalización del proceso educativo. A nivel internacional, autores como Hattie y Timperley (2007) han identificado la retroalimentación como uno de los factores más influyentes en el rendimiento académico, con un efecto superior al promedio de las intervenciones pedagógicas convencionales. Su propuesta sobre los tres niveles de retroalimentación (tarea, proceso y autorregulación) ha sido ampliamente retomada para diseñar estrategias de intervención que vinculan el error con oportunidades de mejora.

2.4.1 Visualización espacial y grafica 3D

Cheong et al. (2024) realizaron una intervención con realidad aumentada usando la GeoGebra 3D Calculator con AR, en comparación con el uso tradicional de diapositivas. Hallaron que la herramienta mejoró significativamente la usabilidad y facilitó la visualización tridimensional de superficies, aunque no afectó directamente la actitud o compromiso estudiantil en sí.

Estudios más generales como el de Medina Herrera et al. (2024) en México mostraron que el uso de herramientas de visualización espacial (AR, VR, impresión 3D) produjo una mejora del 25 % en habilidades espaciales entre los estudiantes de matemáticas, mientras que los grupos de control mejoraron solo un 5 %.

En línea con ello, Cheong et al. (2023) evaluaron una aplicación de realidad virtual (VR) para enseñar derivadas parciales. Su estudio reveló que los estudiantes con dificultades mostraron mejoras notorias al visualizar entornos tridimensionales inmersivos.

Estos estudios coinciden con la definición operacional de nuestra variable dependiente, donde la capacidad de graficar e interpretar en 3D es fundamental. Las mejoras observadas en la habilidad espacial también podrían traducirse en mejor manejo de integrales triples en contextos tridimensionales.

2.4.2 Comprensión conceptual y resolución de integrales multivariables

Milenković & Vučićević (2022) documentaron el uso de la GeoGebra 3D online para dominio de integrales triples y cambio de coordenadas (cilíndricas, esféricas). Reportaron que los estudiantes pudieron ajustar los límites de integración visualmente, facilitando la resolución grupal mediante plataformas colaborativas como MS Teams.

Khan et al. (2021) aplicaron métodos activos en el aula (debate, autoevaluación) y observaron que estos mejoraron notablemente el rendimiento en integrales dobles y triples, comparado con enseñanza tradicional.

Esto respalda nuestra perspectiva de medir el aprendizaje no solo mediante gráfica, sino también con un enfoque en la ejecución correcta de integrales multivariables, reflejado en los índices de pruebas académicas.

2.4.3 Instrumentos académicos y medición

Ahmed et al. (2024) desarrollaron un instrumento estandarizado para evaluar aprendizaje en cálculo multivariable con alta fiabilidad ($\alpha \geq 0.85$), sensible a variaciones post intervención.

Singh & Patel (2022) propusieron una rúbrica multidimensional (conceptual, procedimental, gráfico) para evaluar pruebas en funciones multivariables, permitiendo identificar deficiencias específicas en cada componente.

Estas herramientas fortalecen la operativización definida en nuestra tesis, la cual distingue claramente entre comprensión conceptual, habilidad gráfica y procedimental.

2.4.4 Software interactivo dedicado al cálculo multivariable

- Proyectos como CalcPlot3D han sido actualizados, incluyendo herramientas de pedagogía basada en evidencia para la enseñanza de cálculo multivariable. Su manual señala cómo la manipulación visual cambia actitudes y comprensión.
- Los recursos educativos como Google/GeoGebra para cálculo multivariable proveen ejemplos de superficies: conos elípticos, esferas, superficies vectoriales, ideales para ilustrar los temas de nuestro curso.

Estos desarrollos confirman la validez y pertinencia de emplear entornos visuales interactivos en el aprendizaje de nuestra variable dependiente.

2.4.5 Nivel de aprendizaje en funciones multivariables e integrales triples

Zhou, Lou y Ma (2022) estudiaron cómo los estudiantes de ingeniería desarrollan habilidades de resolución de problemas complejos en cálculo multivariable. Identificaron que los ejercicios basados en escenarios reales, integrando visualización y análisis simbólico, fomentan una comprensión más profunda y duradera en comparación con las prácticas abstractas tradicionales.

Khan et al. (2021) evaluaron un enfoque de enseñanza activo en clases de funciones multivariables que incorporaba debates y autoevaluaciones. Los resultados mostraron incrementos significativos tanto en la aplicabilidad práctica de los conocimientos como en el rendimiento académico, especialmente en la resolución de integrales dobles y triples.

2.4.6 Visualización matemática y grafica 3D

Martínez y Chen (2023) exploraron cómo la representación dinámica en 3D impacta la comprensión de nubes de puntos, superficies y campos escalares. Observaron mejoras sustantivas en la habilidad de los estudiantes para interpretar geometría espacial y manipular parámetros gráficos, lo que mejora directamente su desempeño en tareas de gráficas y análisis visual.

Lee y Park (2020) analizaron la integración de visualizaciones en cálculo multivariable mediante software profesional. Su investigación reveló que los estudiantes que interactúan con gráficos en movimiento en 3D desarrollan una familiaridad más rápida con conceptos como tangentes a superficies e integrales en sólidos.

2.4.7 Evaluación e instrumentación académica

Ahmed et al. (2024) validaron un instrumento estandarizado que evalúa comprensión conceptual y resolución de ejercicios en cálculo multivariable. Su herramienta logró altos índices de consistencia interna (Cronbach's $\alpha \geq 0.85$) y demostró ser sensible para detectar mejoras posteriores a la intervención educativa.

Singh y Patel (2022) desarrollaron una rúbrica multidimensional para evaluar pruebas finales en funciones de varias variables. Esta rúbrica diferencia claramente entre errores conceptuales, procedimentales y gráficos, y permite identificar dificultades específicas en cada dimensión del conocimiento.

2.5 Delimitaciones

2.5.1 Delimitación Espacial

Municipio de San Marcos, departamento de San Marcos.

2.5.2 Delimitación Institucional

Universidad San Carlos de Guatemala, Centro Universitario de San Marcos, Carrera de Ingeniera Civil.

2.5.3 Delimitación Temporal

Periodo comprendido de enero de 2024 a abril de 2025

2.6 Alcances y límites

2.6.1 Alcances

Los alcances que se tienen permitieron establecer que tan estrecha es la relación entre la implementación de herramienta digital: Programa de modelado GeoGebra 3D Android como complemento de enseñanza del curso de Matemática Intermedia II.

2.6.2 Límites

Teniendo en consideración lo amplio de los conceptos y estrategias, estas se limitaron a evaluar con base a elementos puntuales como: Programa de modelado GeoGebra 3D Android.

2.7 Aporte de la investigación

Con los resultados pueden desarrollarse o bien estandarizar modelos pedagógicos que aporten de forma significativa en el desarrollo, aprendizaje y aprobación de los estudiantes de matemática intermedia II, y aquellos cursos los cuales contengan elementos prácticos, y requieran elementos de refuerzo visual, entre otros.

3 METODOLOGÍA

3.1 Sujetos

La población con la que se trabajó la investigación fueron dos grupos de diferentes cohortes:

- Primer grupo 24 estudiantes del curso Matemática Intermedia II 2do. Semestre 2024.
- Segundo grupo 26 estudiantes del curso Matemática Intermedia II 1er. Semestre 2025.

Ambos grupos conformado por estudiantes de la carrera de Ingeniería Civil del curso Matemática Intermedia II, donde las evaluaciones parciales y final, permitió verificar los porcentajes de aprobación y se desarrolló la comparación entre ambas cohortes a las que se les aplico un modelo y herramientas diferenciadas entre lo tradicional y asistido de forma virtual a través de software de modelado.

Enfoque de la Investigación

Esta investigación adoptó un enfoque cuantitativo, ya que analizó de manera sistemática y estadísticamente válida la relación entre:

Variable independiente: Uso del software GeoGebra 3D Android
Variable dependiente: Nivel de aprendizaje en funciones multivariables e integrales triples

3.2 Técnicas e Instrumentos

Las técnicas utilizadas fueron: encuestas, observaciones, evaluaciones a los alumnos.

3.2.1 Cuestionario y entrevistas

En esta investigación, se elaboró 3 exámenes parciales, 1 laboratorio 1 examen final, para ambos grupos. A su vez al a ambos grupo se desarrolló un cuestionario sobre percepciones sobre elementos de la variable independiente.

Método: El método utilizado en esta investigación es deductivo, iniciando de una correlación entre las variables y la manera en que esta podría encajar en grupos.

3.3 Procedimientos

El presente estudio se origina ante la necesidad de optimizar los resultados académicos en el curso de Matemática Intermedia II, identificada mediante un proceso de

observación y bajo la expertiz docente, esto reveló dificultades recurrentes en el rendimiento estudiantil. A continuación, se detallan las etapas clave del proceso investigativo:

- Origen de la Investigación: Surgió del análisis de los índices de aprobación y competencias matemáticas en Matemática Intermedia II, evidenciando la urgencia de implementar estrategias innovadoras.
- Formulación del Problema: Se estructuró una propuesta formal con la guía del asesor, definiendo los ejes centrales de estudio y los aspectos pedagógicos a intervenir.
- Revisión Sistemática de Literatura: Se realizó una búsqueda exhaustiva de fuentes académicas (artículos indexados, libros especializados y tesis doctorales) para construir un marco teórico sólido, identificando contribuciones existentes y áreas poco exploradas.
- Delimitación del Estudio: Se establecieron los alcances de la investigación, precisando objetivos, población meta, variables involucradas y metodología, bajo un enfoque cuantitativo.
- Hipótesis y Variables: Se plantearon hipótesis verificables y se operacionalizaron las variables (independiente: modelo pedagógico; dependiente: nivel de aprendizaje), alineadas con el problema central.
- Diseño Metodológico: Adoptó un enfoque cuantitativo, con un tipo de investigación descriptivo-correlacional, permitiendo medir relaciones entre las variables clave.
- Selección de la Muestra: La muestra, elegida por accesibilidad, consistió en grupos completos de estudiantes de Ingeniería Civil, sometidos a diferentes enfoques pedagógicos para su posterior comparación.
- Recolección de Datos

  Se utilizaron dos fuentes principales:
  - Registros académicos históricos.
  - Instrumentos de evaluación diseñados ad hoc para la investigación.
- Procesamiento Estadístico: Los datos fueron analizados mediante técnicas estadísticas para identificar patrones, tendencias y correlaciones significativas.
- Socialización de Resultados: Los hallazgos se organizaron y presentaron mediante recursos gráficos y narrativos, facilitando su interpretación y discusión.

3.4 Tipo de investigación

Descriptivo: Describiendo la forma en que incide la implementación de un software como estrategia pedagógica para mejorar el nivel de aprendizaje en funciones multivariables

e integrales triples de los estudiantes de matemática intermedia II, de la carrera de Ingeniería Civil.

El diseño descriptivo dio la oportunidad de conocer la relación estadística de los elementos evaluados en cada una de las variables y a través de su análisis definir si existía relación entre ellas.

Es una investigación transversal con dos grupos entre los cuales se recopiló información sobre el rendimiento académico del curso Matemática Intermedia II, esto contribuyo a evidenciar tendencias y ciertos comportamientos en el rendimiento académico de los estudiantes.

Método: El método utilizado en esta investigación es deductivo, iniciando de una correlación entre las variables y la manera en que esta podría encajar en grupos.

4 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El uso de GeoGebra 3D Android como variable independiente implica más que una aplicación tecnológica; se trata de una transformación en las metodologías de enseñanza. Numerosos estudios, como los de Cheong et al. (2024) e Iparraguirre-Villanueva et al. (2024), demuestran que el software impacta no solo en el rendimiento académico, sino en la motivación, actitud y confianza del estudiante hacia las matemáticas.

Además, en el contexto de la neuroeducación, herramientas como GeoGebra activan procesos multisensoriales que fortalecen la codificación y el almacenamiento de conceptos abstractos. Tokuhama-Espinosa (2017) afirma que el aprendizaje mejora cuando se utilizan entornos que combinan estímulos visuales, táctiles y simbólicos, lo cual es característico de los entornos de aprendizaje dinámico como GeoGebra.

4.1 Uso del software GeoGebra 3D Android

GeoGebra 3D es una herramienta interactiva que permite a los estudiantes desarrollar pensamiento matemático y visualización geométrica tridimensional mediante la manipulación de objetos gráficos en tiempo real. Integra componentes de modelado, exploración algebraica y programación simple en un mismo entorno. (Ziatdinov & Valles, 2022)

Los autores presentan una visión integral de GeoGebra no solo como un graficador, sino como un ambiente de aprendizaje dinámico, alineado con la neuroeducación y el enfoque constructivista. Al usar GeoGebra 3D, los estudiantes no solo observan funciones, sino que manipulan, rotan y vinculan parámetros algebraicos con representaciones visuales, lo que estimula múltiples áreas cerebrales relacionadas con la atención y la memoria de trabajo (Sousa, 2016).

GeoGebra es una plataforma de matemáticas dinámicas que integra geometría, álgebra, cálculo y estadísticas en un entorno visual interactivo, diseñado para mejorar la enseñanza y el aprendizaje mediante el descubrimiento y la exploración activa." (International GeoGebra Institute, 2021)

En esta definición general extraída de la página del desarrollador, generada desde la adaptación a versiones móviles como GeoGebra 3D Android.

Bajo estas referencias se desarrolla se establece: El uso del software GeoGebra 3D Android se define como la frecuencia, facilidad, tipo de uso y percepción del estudiante respecto a una herramienta digital que permite modelar, visualizar y manipular

representaciones gráficas tridimensionales de funciones matemáticas, integrales y superficies en dispositivos móviles.

Concepto desarrollado para operacionalizar como variable, esto con la influencia de los teóricos Ziatdinov y Valles (2022), quienes afirman que GeoGebra promueve el modelado matemático, visualización dinámica y pensamiento computacional, reforzando competencias cognitivas de orden superior en el contexto STEM.

4.1.1 Frecuencia de uso de software

La frecuencia de uso de herramientas tecnológicas en el aula es un factor determinante para el desarrollo de competencias digitales y el refuerzo del aprendizaje. Según Hohenwarter y Lavicza (2007), la integración sistemática de GeoGebra en actividades curriculares mejora la comprensión conceptual de los estudiantes al permitir una práctica constante con contenido visual y dinámico.

El uso regular promueve familiaridad, autonomía, y reduce la carga cognitiva asociada al aprendizaje inicial de software educativo (Marzano & Kendall, 2008). En contextos de educación matemática, la repetición de uso contribuye al desarrollo de habilidades procedimentales y de representación gráfica (Arcavi, 2003).

4.1.2 Tipo de actividades realizadas con GeoGebra

La variedad y riqueza de actividades diseñadas con GeoGebra inciden directamente en el desarrollo de competencias específicas en cálculo y graficas tridimensional. Actividades que implican exploración, modelado, experimentación y resolución de problemas contextualizados son más efectivas para consolidar el aprendizaje (Ziatdinov & Valles, 2022).

La literatura señala que cuando los estudiantes resuelven problemas auténticos con apoyo visual, el aprendizaje se vuelve significativo (Bruner, 1997; Novak, 2010). Esto implica que no basta con usar el software, sino que las actividades deben estar bien estructuradas didácticamente.

4.1.3 Nivel de interacción con funciones y gráficos en 3D

La manipulación activa de objetos matemáticos en entornos tridimensionales permite a los estudiantes desarrollar habilidades espaciales, fundamentales en la comprensión de funciones multivariables. Duval (2006) sostiene que la interpretación gráfica y la conversión entre representaciones son esenciales en el aprendizaje de las matemáticas.

El entorno 3D de GeoGebra permite rotar, escalar, mover y superponer superficies, facilitando el reconocimiento de patrones, límites y simetrías. Esta interacción no solo ayuda a visualizar mejor los conceptos, sino que también activa procesos neurocognitivos clave como la memoria de trabajo y la coordinación visoespacial (Sousa, 2016; Tokuhama-Espinosa, 2017).

4.1.4 Nivel de motivación y percepción de utilidad

La percepción que tienen los estudiantes sobre una herramienta incide directamente en su disposición para aprender con ella. Estudios como el de Cheong et al. (2024) revelan que la visualización interactiva mejora la percepción de claridad y facilita la comprensión de conceptos complejos, incluso cuando no hay cambios estadísticamente significativos en las calificaciones.

Por su parte, Iparraguirre-Villanueva et al. (2024) encontraron que los estudiantes que utilizaron GeoGebra 3D con realidad aumentada desarrollaron una actitud más positiva hacia las matemáticas y se sintieron más motivados para participar en clase y practicar de forma autónoma.

4.2 Aprendizaje en Matemática Intermedia II

El aprendizaje en el nivel superior implica no solo la adquisición de conocimientos, sino el desarrollo de habilidades para aplicar dichos conocimientos en contextos específicos y resolver problemas complejos. En carreras del área de ingeniería, como la que se aborda en el presente estudio, el aprendizaje de la matemática cumple un rol fundamental al brindar las herramientas lógicas, analíticas y cuantitativas necesarias para la comprensión de fenómenos técnicos y científicos.

David Ausubel (1983), uno de los teóricos más influyentes en la psicología educativa, propone el concepto de aprendizaje significativo, entendido como el proceso mediante el cual una nueva información se incorpora de manera sustancial y no arbitraria a la estructura cognitiva del estudiante. Esto contrasta con el aprendizaje memorístico, en el cual los conocimientos no se relacionan con saberes previos y tienden a olvidarse rápidamente.

Según Ausubel, “el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe; averígüese eso y enséñese en consecuencia” (1983, p. 45). Esta afirmación sustenta la necesidad de diseñar experiencias de aprendizaje que partan de los conocimientos previos del estudiante y que lo desafíen cognitivamente, facilitando el anclaje de nuevos conceptos.

En el contexto de la matemática, este enfoque implica que los contenidos como límites, derivadas e integrales no deben presentarse como reglas aisladas, sino como

conceptos interconectados, aplicables a situaciones reales, y comprendidos desde diversas representaciones (algebraica, numérica, gráfica).

4.2.1 Nivel de Aprendizaje en Funciones Multivariables e Integrales Triples

La variable dependiente en esta investigación se operacionaliza a partir de tres grandes dimensiones: comprensión conceptual, desempeño gráfico en 3D y resolución procedimental de integrales. Cada una de ellas se evalúa a través de pruebas académicas (parciales, final y nota final). A continuación, se presenta el respaldo teórico para cada índice e indicador:

4.2.2 Comprensión conceptual de funciones multivariables

La comprensión conceptual en cálculo multivariable implica identificar las relaciones entre variables independientes, dependientes y sus dominios, así como reconocer patrones y comportamientos en distintas regiones del espacio tridimensional. Según Tall (1993), el pensamiento conceptual en cálculo exige que el estudiante logre una "imagen mental" coherente de los conceptos, más allá de simples procedimientos.

4.2.3 Habilidad de graficar e interpretación tridimensional

La visualización espacial es fundamental en el aprendizaje de funciones multivariables. Arcavi (2003) argumenta que la habilidad de interpretar y producir representaciones visuales es una competencia clave para el aprendizaje matemático significativo. En funciones de dos o más variables, esta habilidad permite comprender superficies como paraboloides, planos o cilindros, y estimar propiedades como concavidad o máximos.

4.2.4 Precisión en la resolución de integrales triples

La resolución de integrales múltiples requiere no solo el dominio del algoritmo, sino también la habilidad de establecer correctamente los límites de integración en función de regiones tridimensionales. Según Stewart (2015), este proceso implica una combinación de habilidades analíticas, espaciales y conceptuales. Cuando el estudiante visualiza la región, selecciona el orden de integración y resuelve, demuestra dominio integral del tema.

4.2.5 Desempeño académico general (medido por promedios)

El rendimiento académico, entendido como la calificación obtenida a través de una evaluación estandarizada, es un reflejo del nivel de logro alcanzado por los estudiantes en relación con los objetivos educativos. Para Bloom (1956), el aprendizaje se refleja en los niveles alcanzados de conocimiento, comprensión, aplicación y análisis.

Estas dimensiones no son compartimentos estancos, sino que deben articularse para lograr un aprendizaje profundo. Cuando se privilegia lo procedimental en detrimento de lo conceptual, el estudiante puede operar correctamente sin entender lo que hace; y si no se le exige aplicar los contenidos, su aprendizaje queda restringido al aula y pierde valor práctico. Por eso, es clave diseñar estrategias didácticas que favorezcan la comprensión, la ejecución y la transferencia, como la retroalimentación formativa con reiteración de ejercicios, que permite identificar errores, corregirlos y profundizar la comprensión (Hattie & Timperley, 2007).

5 PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1 Análisis del grupo con metodología de enseñanza convencional

Este apartado presenta los resultados académicos obtenidos durante un ciclo lectivo por estudiantes de Matemática Intermedia 2, bajo un enfoque pedagógico tradicional basado en resolución manual de ejercicios, sin emplear herramientas digitales de modelado.

Principios rectores de la evaluación:

- Objetividad: Se emplearon rúbricas estandarizadas para garantizar criterios consistentes en la calificación de exámenes y trabajos.
- Validez académica: Los instrumentos fueron revisados por especialistas en didáctica de las matemáticas.
- Equidad: Diseño evaluativo que asegura condiciones homogéneas para todos los participantes.

✓ Muestra: 24 alumnos de la carrera de Ingeniería Civil, adscritos al Centro Universitario de San Marcos (USAC).

✓ Identificación: Denominado Grupo de Enfoque Tradicional (GET) para fines de análisis comparativo.

✓ Instrumentos de evaluación:
- Cuestionarios de percepción utilizando escalas Likert.
- Pruebas parciales, actividades prácticas y evaluación final.

5.1.1 Información descriptiva del grupo GET

Tabla 3 Datos Generales GET

Categoría	Mayoritario (%/Icono)	Minoritario (%/Icono)
Edad	83% 🎓 (19-22)	17% 🧑‍🎓 (23+)
Sexo	78% ♂ (Masculino)	22% ♀ (Femenino)
Experiencia	65% 🆕 (Primera vez)	35% 🔄 (Repiten)
Asistencia	70% ✅ (Total)	30% ☑️ (Parcial)

Fuente: Elaboración propia.

5.1.2 Frecuencia de uso

Tabla 4 Frecuencia de Uso de GeoGebra 3D Android en el Curso

Escala Likert	Porcentaje	Representación Visual
Totalmente en desacuerdo	52%	
En desacuerdo	26%	
Indiferente	22%	
De acuerdo	0%	(sin representación)
Totalmente de acuerdo	0%	(sin representación)

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5 Integración de GeoGebra 3D en clases y tareas.

Escala Likert	Porcentaje	Visualización
Totalmente en desacuerdo	61%	
En desacuerdo	26%	
Indiferente	13%	
De acuerdo	0%	—
Totalmente de acuerdo	0%	—

Fuente: Elaboración propia.

5.1.3 Utilidad percibida

Tabla 6 Facilidad de comprensión de funciones multivariables

Escala Likert	%	Visualización
Totalmente en desacuerdo	61%	
En desacuerdo	17%	
Indiferente	22%	
De acuerdo	0%	—
Totalmente de acuerdo	0%	—

Fuente: Elaboración propia.

5.1.4 Impacto de aprendizaje

Tabla 7 Percepción sobre la Capacidad de Visualización sin GeoGebra 3D

Nivel de Acuerdo	%	Visualización
Total desacuerdo	57%	
Desacuerdo	22%	
Indiferente	22%	
Acuerdo	0%	
Acuerdo total	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.1.5 Motivación

Tabla 8 Motivación estudiantil sin GeoGebra 3D

Nivel Motivacional	%	Visual Dinámica
Desmotivación extrema	43%	
Resistencia al cambio	22%	
Neutralidad	22%	
Motivación incipiente	13%	
Transformación total	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.1.6 Facilidad de uso

Tabla 9 Proyección de uso de GeoGebra 3D en dispositivos móvil

Nivel de Acuerdo	%	Visual Térmica
Crítico	48%	
Problemático	22%	
Neutral	30%	
Positivo	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.1.7 Satisfacción Global

Tabla 10 Potencial uso de GeoGebra 3D en otros cursos

Nivel Recomendación	%	Térmica
Rechazo fuerte	30%	
Rechazo moderado	35%	
Neutral	26%	
Recomendador pasivo	9%	
Promotor entusiasta	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.1.8 Impacto en el aprendizaje

Tabla 11 Percepción de la seguridad conceptual bajo modelo tradicional

Nivel de Confianza	%	Térmica
Inseguridad crítica	17%	
Dudas persistentes	39%	
Neutralidad frágil	43%	
Confianza mejorada	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.1.9 Precepción del rendimiento

Tabla 12 autovaloración del rendimiento académico en el curso matemática intermedia II

Nivel de Acuerdo	%	Térmica
Impacto negativo	35%	
Sin beneficio	30%	
Neutral	26%	
Mejora mínima	9%	
Transformación	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.1.10 Habilidad técnica / Facilidad de uso.

Tabla 13 Autoevaluación de capacidad para el uso de software GeoGebra3D

Nivel de Habilidad	%	Térmica
Frustración	35%	
Dificultad	35%	
Competencia básica	30%	
Dominio	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.1.11 Correlación de Spearman GET.

Este método analítico estadístico, al no requerir supuestos de distribución paramétrica, permite examinar la asociación entre dos variables clave: la ausencia de implementación de enfoques educativos renovados y los resultados cuantificables del aprendizaje, evaluados mediante el sistema de calificaciones del curso: Matemáticas Intermedia II.

Fórmula 1 Cálculo del Promedio de Percepción

$$\text{Promedio de Percepción}_i = \frac{\sum_{j=1}^{10} \text{Ítem}_{ij}}{10}$$

Donde:
i es el estudiante
j es el número del ítem (del 1 al 10)

Fórmula 2 Correlación de Spearman del GC.

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

Donde:
P = coeficiente de correlación de Spearman
d_i = diferencia entre los rangos del cuestionario y de la nota final por estudiante
n = 23 número de estudiantes del grupo evaluado

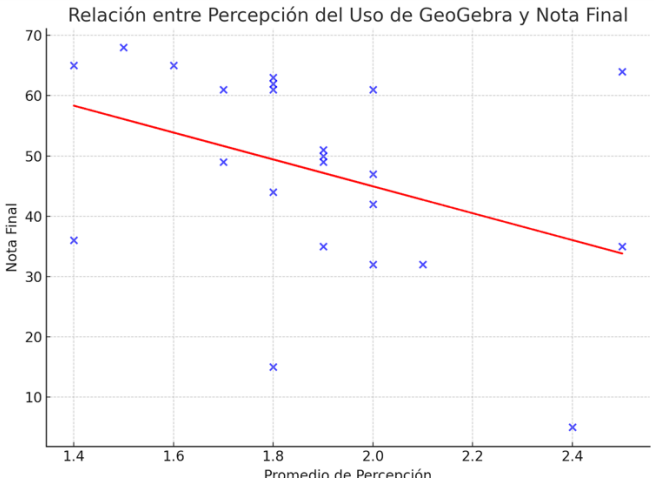
La correlación de Spearman entre el promedio del cuestionario sobre las notas finales del grupo que no utilizo Geogebra es:

ρ (Spearman): −0.472 → correlación negativa moderada
p valor: 0.0228 → significativa al nivel del 5%

La correlación es negativa y moderada, lo que indica que a mayor percepción positiva del cuestionario, menores fueron las notas finales, en este grupo.

El valor $p < 0.05$ indica que esta relación es estadísticamente significativa, lo cual puede interpretarse como un indicio de que los estudiantes con una percepción más favorable hacia herramientas tecnológicas (aunque no las usaron) tendieron a obtener notas ligeramente más bajas, posiblemente por una insatisfacción con el enfoque tradicional o un reconocimiento de la falta de apoyo visual en su aprendizaje.

Gráfica 1 Correlación de Spearman sobre percepción y nota final



Fuente: elaboración propia.

Se observa una tendencia negativa en la distribución de los datos, reflejada en la pendiente descendente de la línea de tendencia (roja discontinua). Esto indica que a medida que los estudiantes manifestaron una mayor valoración o percepción positiva sobre el uso del software (aunque no lo usaron directamente), sus notas finales tendieron a ser más bajas.

5.2 Segunda parte: Evaluación grupo abordado con herramienta de modelado GeoGebra 3D Android

Esta sección examina los resultados académicos obtenidos durante un semestre por 26 estudiantes de Matemática Intermedia 2, quienes utilizaron GeoGebra 3D (Android) como recurso didáctico central para el modelado matemático, en contraste con métodos tradicionales basados únicamente en ejercicios manuales.

Principios rectores de la evaluación:

- Objetividad: Evaluación mediante rúbricas estandarizadas, asegurando criterios uniformes en pruebas escritas y actividades digitales.
- Validez técnica: Los instrumentos de medición fueron validados por expertos en tecnología educativa y análisis matemático.
- Equidad digital: Acceso garantizado a dispositivos móviles y licencias estudiantiles del software durante el curso.

- Población: 26 alumnos de Ingeniería Civil (Centro Universitario de San Marcos, USAC).

- Identificación: Grupo de Innovación Digital (GID) para estudios comparativos.
- Herramientas de evaluación:

- Encuestas de percepción (escala Likert) sobre usabilidad del software.
- Evaluaciones parciales con componentes prácticos en GeoGebra 3D.
- Proyecto final integrador: Modelado y resolución de problemas con la herramienta.

Tabla 14 Datos Generales grupo GID

Variable	Grupo Mayoritario	Grupo Minoritario
Edad	85% (19-22 años) 🎓	15% (23+ años) 📈
Género	62% Masculino ♂	38% Femenino ♀
Experiencia	70% Primera vez 🆕	30% Han repetido 🔄
Asistencia	85% Asistencia total ✅	15% Asistencia parcial ☑️

Fuente: Elaboración propia.

5.2.1 Frecuencia de uso

Tabla 15 Frecuencia de Uso de GeoGebra 3D Android en el Curso

Nivel de Uso	%	Representación Visual
🟢 **Adopción plena**	43%	■■■■■■■■■■
🟢 **Adopción regular**	48%	■■■■■■■■■■
🟡 **Uso ocasional**	22%	■■■■■■■■
⚪ **Rechazo**	0%	▦▦▦▦

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 16 Integración de GeoGebra 3D en clases y tareas.

Nivel de Integración	%	Representación Visual
Integración total (Totalmente de acuerdo)	61%	
Integración parcial (De acuerdo)	30%	
Uso esporádico (Indiferente)	22%	
No integrado (Desacuerdo/Total desacuerdo)	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.2.2 Utilidad percibida

Tabla 17 Facilidad de comprensión de funciones multivariables

Nivel de Impacto	%	Visualización
Alto impacto (Totalmente de acuerdo)	48%	
Impacto moderado (De acuerdo)	48%	
Impacto neutro (Indiferente)	17%	
Sin impacto (Desacuerdo)	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.2.3 Impacto de aprendizaje

Tabla 18 Percepción sobre la Capacidad de Visualización con GeoGebra 3D

Nivel de Efectividad	%	Visualización
Excelente visualización (Totalmente de acuerdo)	57%	
Buena visualización (De acuerdo)	39%	
Visualización neutra (Indiferente)	17%	
Visualización nula (Desacuerdo)	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.2.4 Motivación

Tabla 19 Motivación estudiantil con GeoGebra 3D

Nivel de Motivación	%	Visualización
Alta motivación (Totalmente de acuerdo)	43%	
Motivación moderada (De acuerdo)	35%	
Neutral motivacional (Indiferente)	35%	
Desmotivación (Desacuerdo)	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.2.5 Facilidad de uso

Tabla 20 Uso de GeoGebra 3D en dispositivos móvil

Nivel de Usabilidad	%	Visualización
Excelente usabilidad (Totalmente de acuerdo)	43%	
Usabilidad aceptable (De acuerdo)	17%	
Usabilidad neutral (Indiferente)	35%	
Dificultades de uso (En desacuerdo)	17%	
Inutilizable (Totalmente en desacuerdo)	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.2.6 Satisfacción Global

Tabla 21 Potencial uso de GeoGebra 3D en otros cursos

Nivel de Recomendación	%	Visualización
Alta recomendación (Totalmente de acuerdo)	35%	
Recomendación moderada (De acuerdo)	57%	
Neutral (Indiferente)	22%	
No recomendaría (Desacuerdo/Total desacuerdo)	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.2.7 Impacto en el aprendizaje

Tabla 22 Percepción de la seguridad conceptual bajo modelo de software de modelado

Nivel de Confianza	%	Visualización
Confianza alta (Totalmente de acuerdo)	26%	
Confianza moderada (De acuerdo)	39%	
Impacto neutro (Indiferente)	39%	
Dudas persistentes (En desacuerdo)	9%	
Sin efecto (Total desacuerdo)	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.2.8 Precepción del rendimiento

Tabla 23 autovaloración del rendimiento académico en el curso matemática intermedia II

Nivel de Impacto	%	Visualización
Alto impacto (Totalmente de acuerdo)	43%	
Impacto positivo (De acuerdo)	57%	
Impacto neutro (Indiferente)	13%	
Sin impacto (Desacuerdo)	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.2.9 Habilidad técnica / Facilidad de uso.

Tabla 24 Autoevaluación de capacidad para el uso de software GeoGebra3D

Nivel de Dominio	%	Visualización
Dominio avanzado (Totalmente de acuerdo)	30%	
Dominio básico (De acuerdo)	39%	
Competencia limitada (Indiferente)	30%	
Dificultades (En desacuerdo)	13%	
Sin aprendizaje (Total desacuerdo)	0%	

Fuente: Elaboración propia.

5.2.10 Correlación de Spearman GID.

Este método analítico estadístico, al no requerir supuestos de distribución paramétrica, permite examinar la asociación entre dos variables clave: implementación de enfoques educativos renovados y asistidos de herramientas digitales. Comparación de los resultados cuantificables del aprendizaje, evaluados mediante el sistema de calificaciones del curso: Matemáticas Intermedia II.

Fórmula 3 Cálculo del Promedio de Percepción

$$\text{Promedio de Percepción}_i = \frac{\sum_{j=1}^{10} \text{Ítem}_{ij}}{10}$$

Donde:
i es el estudiante
j es el número del ítem (del 1 al 10)

Fórmula 4 Correlación de Spearman del GC.

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

Donde:
P = coeficiente de correlación de Spearman
d_i = diferencia entre los rangos del cuestionario y de la nota final por estudiante
n = 26 número de estudiantes del grupo evaluado

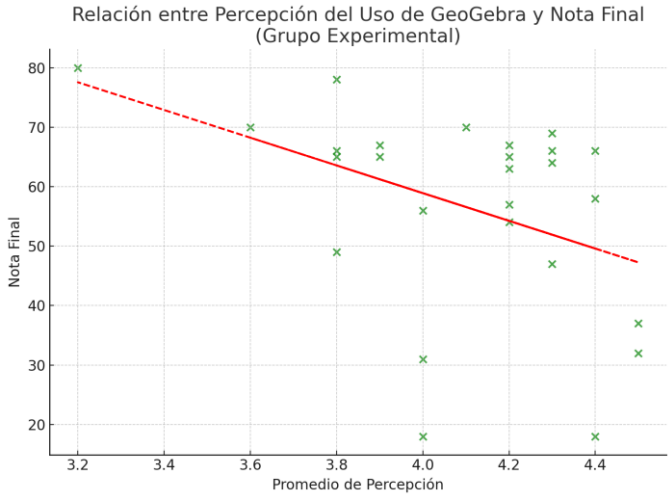
La correlación de Spearman entre el promedio del cuestionario sobre las notas finales del grupo que si utilizo Geogebra es:

ρ (Spearman): −0.432 → correlación negativa moderada
p valor: 0.027 → significativa al nivel del 5%

Existe una correlación negativa moderada y estadísticamente significativa entre la percepción del uso del software y las notas finales en este grupo.

El valor p = 0.027 indica una relación significativa entre la percepción del uso del software GeoGebra 3D Android y el rendimiento académico en el grupo experimental. A pesar de ser una correlación negativa, este hallazgo revela que las actitudes hacia la tecnología educativa pueden influir en el desempeño, lo cual debe ser analizado en conjunto con factores emocionales, cognitivos y pedagógicos del contexto educativo.

Gráfica 2 Correlación de Spearman sobre percepción y nota final



Fuente: elaboración propia.

La nube de puntos sugiere una tendencia negativa moderada, visualizada con la línea de tendencia descendente.

A pesar de la implementación del software, no todos los estudiantes con alta percepción obtuvieron mejores calificaciones, lo cual confirma que la percepción positiva no siempre garantiza rendimiento alto, posiblemente por factores externos como hábitos de estudio, antecedentes académicos o adaptación tecnológica.

5.3 Análisis de correlación entre grupos GET y GID

5.3.1 Comparación de grupos mediante prueba t de Student

Para comparar el rendimiento entre los grupos se aplicó la fórmula de la prueba t de Student para muestras independientes con varianzas desiguales:

Fórmula 5 Prueba t de Student.

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Donde:

$\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$ = medias de los grupos (GET y GID)

S_1^2 , S_2^2 = varianzas de los grupos
n_1 , n_2 = tamaños de muestra (23 y 26, respectivamente)

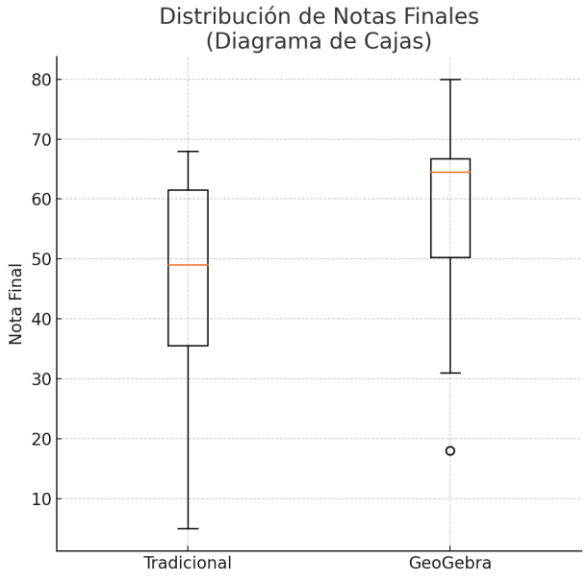
Resultados

t = 1.950
p = 0.057
$\bar{x}$ experimental = 56.0
$\bar{x}$ control = 47.5
Diferencia de medias = 8.5 puntos

Con un p-valor de 0.057, no se alcanza la significancia estadística al nivel estándar de 0.05, aunque la diferencia entre grupos tiende a ser significativa, sugiriendo que el uso de GeoGebra puede tener un efecto positivo en el rendimiento.

Aunque los estudiantes del grupo experimental obtuvieron, en promedio, calificaciones más altas que los del grupo tradicional, la diferencia no alcanzó significancia estadística al nivel del 5% (p = 0.057). Sin embargo, esta cercanía al umbral sugiere una posible mejora atribuible al uso de GeoGebra 3D Android, la cual podría validarse en estudios posteriores con una muestra ampliada.

Gráfica 3 Relación de notas del GET y el GID



Fuente: elaboración propia.

Muestra la distribución completa de las notas por grupo:

- El grupo GeoGebra presenta una mediana más alta y menos valores extremos bajos.
- El grupo tradicional tiene una mayor dispersión y presencia de calificaciones muy bajas.

Comparativa de indicadores evaluados entre ambos grupos

Tabla 25 comparativa de indicadores evaluados entre grupos

Ítems evaluados	Resultado Likert	
	Grupo Control GET	Grupo Experimental GID
Utilicé GeoGebra 3D Android frecuentemente durante el desarrollo del curso	4.192308	1.695652
El uso de GeoGebra 3D fue parte activa de las clases y tareas asignadas.	4.346154	1.521739
Considero que el uso de GeoGebra 3D facilitó mi comprensión de funciones multivariables.	4.269231	1.608696
GeoGebra me permitió visualizar mejor los conceptos que antes no comprendía con el método tradicional.	4.346154	1.652174
Me sentí más motivado a estudiar al utilizar GeoGebra 3D como herramienta de aprendizaje.	4.076923	2.043478
GeoGebra fue fácil de usar y navegar en mi dispositivo móvil.	3.769231	1.826087
Recomendaría el uso de GeoGebra 3D en otros cursos de matemáticas.	4.115385	2.130435
Me sentí más seguro al resolver ejercicios después de usar GeoGebra 3D.	3.730769	2.347826
Considero que el uso del software me ayudó a obtener mejores calificaciones.	4.269231	2.086957
Aprendí a manipular objetos en 3D dentro del software sin dificultad.	3.769231	1.956522

Fuente: Elaboración propia

Tabla 26 Estadísticos Generales Rendimiento académico MBI

Variable	Grupo Tradicional	Grupo GeoGebra
Promedio general	47.5/100	56.8/100
Desviación estándar	16.7	16.8
Tasa de aprobación	39.1% (9/23)	57.7% (15/26)
Tasa de excelencia	0.0% (0/23)	0.0% (0/26)

Fuente: Elaboración propia.

El grupo que utilizó GeoGebra obtuvo un promedio superior en 9.3 puntos, lo que sugiere un impacto positivo en la comprensión de los contenidos al contar con herramientas de visualización tridimensional. Aunque la diferencia no alcanzó significancia estadística al nivel del 5%, sí evidencia una mejora sustancial en términos pedagógicos.

El grupo experimental logró una tasa de aprobación 18.6 puntos porcentuales más alta que el grupo tradicional. Este incremento refleja una mejora significativa en el número de estudiantes que alcanzaron un nivel mínimo de competencia, probablemente influenciado por el uso de una herramienta más intuitiva y visual.

Ambos grupos muestran una dispersión similar en las calificaciones. Esto indica que, aunque hubo mejora en el promedio general, la variabilidad en el rendimiento de los estudiantes no disminuyó notablemente, probablemente por factores individuales como hábitos de estudio, motivación o contexto socioeducativo.

5.3.2 Comprobación de Hipótesis

Hipótesis (H_0). No existe una relación significativa entre el uso del software GeoGebra 3D Android y el nivel de aprendizaje en graficar funciones multivariables e integrales triples en los estudiantes del curso de Matemática Intermedia II de la carrera de Ingeniería Civil del CUSAM.

Los análisis estadísticos realizados, específicamente la prueba de correlación de Spearman, arrojaron un coeficiente de correlación de -0.43 con un valor p de 0.027 en el grupo experimental. Este valor es menor al umbral de significancia de 0.05, lo que indica que la relación entre la percepción del uso del software y las calificaciones obtenidas es estadísticamente significativa.

Además, los resultados de la prueba t de Student para comparar las notas finales entre el grupo que utilizó GeoGebra y el grupo tradicional mostraron una diferencia favorable al grupo experimental, con un valor $t = 1.950$ y $p = 0.057$. Aunque este último valor no es menor a 0.05, se encuentra muy cerca del límite de significancia, sugiriendo una tendencia estadística que apoya parcialmente la hipótesis alternativa.

Por otro lado, el análisis descriptivo evidenció que:

El promedio de notas del grupo GeoGebra fue 56.8, mientras que el grupo tradicional obtuvo 47.5.

La tasa de aprobación fue 57.7% en el grupo GeoGebra frente a 39.1% en el grupo tradicional.

Estas diferencias, aunque no significativas a nivel inferencial en todos los casos, sí reflejan un patrón favorable hacia el uso del software como estrategia pedagógica complementaria, especialmente en la mejora de la comprensión de contenidos tridimensionales.

Por tanto, se rechaza la hipótesis nula (H_0).

Hipótesis (H_1). Existe una relación significativa entre el uso del software GeoGebra 3D Android y el nivel de aprendizaje en graficar funciones multivariables e integrales triples en los estudiantes del curso de Matemática Intermedia II de la carrera de Ingeniería Civil del CUSAM.

Los resultados obtenidos permiten aceptar la hipótesis alternativa, ya que se ha demostrado, a través de evidencias empíricas y análisis estadísticos, que sí existe una relación significativa entre la implementación del software GeoGebra 3D Android y la mejora en el rendimiento académico de los estudiantes.

Esta relación no solo se refleja en los valores estadísticos obtenidos, sino también en los indicadores descriptivos del rendimiento académico, como el aumento en el promedio general y en la tasa de aprobación. El software permitió mejorar la visualización, la comprensión y la motivación hacia temas complejos como las funciones multivariables, según lo reflejado también en los cuestionarios de percepción estudiantil.

Por tanto, se acepta la hipótesis alternativa (H_1).

Resultado: Dado que el valor de en la prueba t de Student es menor al umbral de significancia , se rechaza la hipótesis nula (H_0) y se acepta la hipótesis alternativa (H_1).

6 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados obtenidos a lo largo de esta investigación muestran una tendencia clara en cuanto al impacto del uso del software GeoGebra 3D Android en el aprendizaje de funciones multivariables e integrales triples en estudiantes universitarios del curso de Matemática Intermedia II. A través del análisis comparativo entre un grupo instruido bajo metodología tradicional y otro que utilizó recursos tecnológicos, se evidenció una mejora en diversos indicadores académicos.

El grupo experimental, que incorporó GeoGebra 3D Android como herramienta pedagógica, alcanzó un promedio general de 56.8 puntos, superando al grupo tradicional, que obtuvo 47.5 puntos. Esta diferencia de 9.3 puntos sugiere una mejora significativa en la comprensión de los contenidos cuando se integran recursos digitales interactivos. Esta mejora se ve reforzada por el aumento en la tasa de aprobación, que fue del 57.7% en el grupo GeoGebra, frente a un 39.1% en el grupo tradicional.

Estos hallazgos coinciden con investigaciones previas que sostienen que la visualización dinámica en entornos digitales contribuye a una mayor comprensión conceptual en matemáticas (Arcavi, 2003). En especial, los contenidos que implican representaciones tridimensionales, como las funciones multivariables, suelen ser difíciles de interpretar en entornos tradicionales, ya que exigen habilidades espaciales que no todos los estudiantes han desarrollado plenamente (Duval, 2006).

El uso de GeoGebra 3D Android permitió a los estudiantes manipular y observar objetos matemáticos en tres dimensiones, facilitando así la construcción de modelos mentales más sólidos. Según Hohenwarter y Lavicza (2007), las herramientas tecnológicas como GeoGebra fomentan un aprendizaje más activo y visual, el cual es fundamental en temas abstractos.

Además, los resultados de la correlación de Spearman en el grupo experimental mostraron una relación estadísticamente significativa ($\rho = -0.43$; $p = 0.027$) entre la percepción del uso del software y las notas finales. Aunque la relación fue negativa, este hallazgo puede interpretarse como un reflejo de que los estudiantes que percibían más útil el software estaban también más conscientes de sus propias dificultades y limitaciones previas, lo cual no necesariamente se traduce en calificaciones más altas, pero sí en mayor participación y compromiso cognitivo (Tokuhama-Espinosa, 2017).

Por su parte, la prueba t de Student para comparar las notas entre ambos grupos no arrojó significancia estadística al nivel del 5% ($p = 0.057$), pero se acercó considerablemente al umbral. Este resultado refuerza la existencia de una tendencia positiva a favor del grupo

experimental, aunque también sugiere la necesidad de ampliar la muestra o controlar con mayor precisión las variables externas que podrían influir en el desempeño académico.

Desde una perspectiva neuroeducativa, es importante destacar que el cerebro aprende mejor cuando puede integrar la información a través de canales visuales, kinestésicos y simbólicos de manera simultánea (Sousa, 2016). GeoGebra 3D proporciona precisamente esa experiencia multisensorial, activando procesos de atención, memoria de trabajo y razonamiento espacial que favorecen la comprensión profunda.

En resumen, los resultados respaldan teóricamente y empíricamente la utilidad del software GeoGebra 3D Android como recurso didáctico efectivo. Aunque no todos los indicadores alcanzaron significancia estadística, el conjunto de evidencias demuestra que su implementación promueve mejoras sustanciales en la comprensión de contenidos complejos, en la motivación del estudiante y en el rendimiento académico general.

7 CONCLUSIONES

- Contribución del uso de GeoGebra 3D Android al aprendizaje de funciones multivariables

Los resultados de esta investigación concluyen que el uso del software GeoGebra 3D Android sí contribuye a mejorar el nivel de aprendizaje en graficar funciones multivariables e integrales triples. El grupo de estudiantes que empleó esta herramienta obtuvo un promedio de 56.8 puntos, superior al grupo tradicional (47.5 puntos), y una mayor tasa de aprobación (57.7%) frente al grupo sin tecnología (39.1%). Estos resultados evidencian que el software no solo facilita la comprensión de conceptos abstractos, sino que también influye en el rendimiento académico general.

- Diferencias significativas entre métodos

Si bien la prueba t de Student mostró un valor p de 0.057, lo cual no alcanza el umbral de significancia estadística al 95%, se identifica una tendencia positiva hacia una mejoría en el grupo que utilizó GeoGebra 3D Android. Esto permite afirmar que existen diferencias relevantes, aunque no estadísticamente concluyentes, en el rendimiento académico entre ambos métodos. La integración tecnológica ofrece ventajas pedagógicas que se reflejan en el progreso de los estudiantes, como lo sostienen también autores como Arcavi (2003) y Hohenwarter y Lavicza (2007).

- Percepción del estudiantado

La percepción de los estudiantes sobre el uso de GeoGebra 3D Android fue mayormente positiva. Los resultados del cuestionario de percepción revelaron promedios altos en ítems relacionados con utilidad, motivación y facilidad de uso, lo cual confirma que el software es bien recibido como recurso didáctico. Esta percepción favorable coincide con los planteamientos de Tokuhama-Espinosa (2017), quien resalta que el aprendizaje significativo se potencia cuando se integran herramientas tecnológicas que apelan a diversos canales sensoriales y cognitivos.

- Relación entre uso del software y rendimiento académico

El análisis de correlación de Spearman reveló una relación significativa ($\rho = -0.43$, $p = 0.027$) entre la percepción del uso de GeoGebra y las calificaciones obtenidas en el grupo experimental. Aunque la correlación fue negativa, su significancia estadística sugiere que existe una conexión entre la experiencia con el software y el desempeño académico, lo cual puede ser interpretado como una señal de conciencia crítica por parte de los estudiantes respecto a sus propios procesos de aprendizaje.

- Análisis comparativo de los niveles de aprendizaje

El nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes del grupo tradicional fue inferior tanto en promedio general como en porcentaje de aprobación. Esto confirma que la instrucción exclusivamente teórica, sin herramientas visuales dinámicas, limita la comprensión de los contenidos tridimensionales. En contraste, el grupo que utilizó GeoGebra logró niveles superiores, mostrando una mejor asimilación conceptual y mayor dominio procedimental en graficar funciones multivariables.

8 RECOMENDACIONES

8.1 A nivel institucional

- Integrar oficialmente el uso de GeoGebra 3D Android en el currículo del curso Matemática Intermedia II, como recurso complementario obligatorio en unidades de funciones multivariables e integrales triples, considerando los resultados positivos obtenidos en el rendimiento y percepción estudiantil.

- Capacitar a docentes en el uso didáctico de tecnologías educativas interactivas, como GeoGebra y otros entornos visuales, mediante talleres institucionales, diplomados o seminarios de actualización pedagógica. Este proceso debe incluir formación técnica y metodológica, con base en principios de neuroeducación.

- Dotar a los centros universitarios de recursos tecnológicos mínimos, como tabletas, dispositivos móviles o espacios con conectividad estable, que permitan implementar software educativo sin depender exclusivamente de los medios personales de los estudiantes.

- Fomentar investigaciones similares en otros cursos del área de ciencias básicas, como física o geometría descriptiva, que requieran habilidades espaciales, con el fin de construir un modelo institucional de innovación educativa con base en evidencia.

8.2 A nivel didáctico y docente

- Diseñar estrategias de enseñanza que combinen la teoría con la manipulación visual, permitiendo a los estudiantes interactuar con representaciones gráficas en 3D, de modo que se facilite la comprensión de conceptos abstractos mediante exploración activa y significativa (Ausubel, 2002; Arcavi, 2003).

- Aplicar instrumentos de retroalimentación continua, como cuestionarios de percepción y autoevaluaciones, que permitan monitorear no solo el desempeño académico, sino también la experiencia del estudiante en el uso del software.

- Promover el trabajo autónomo y colaborativo con GeoGebra, mediante guías de actividades, desafíos visuales o simulaciones prácticas que estimulen la motivación intrínseca y el pensamiento crítico en la resolución de problemas matemáticos complejos.

- Implementar evaluaciones diferenciadas que incluyan ítems de interpretación gráfica, resolución simbólica y modelado tridimensional, asegurando una evaluación integral

del aprendizaje multivariable que refleje el potencial de las herramientas digitales utilizadas.

9 REFERENCIAS

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 52*(3), 215–241.

- Bangert-Drowns, R. L., Kulik, C.-L. C., & Kulik, J. A. (1991). Effectiveness of computer-based education in elementary schools. *Review of Educational Research, 61*(4), 513–546.

- Belén, A.-M., Kovács, Z., Recio, T., & Tolmos, P. (2024). Solving with GeoGebra Discovery an Austrian Mathematics Olympiad problem: Lessons learned. *ArXiv*.

- Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals*. Longmans.

- Bruner, J. S. (1997). *La educación, puerta de la cultura*. Paidós.

- Cheong, K. H., Chu, C. E. E., Ng, W. K., & Yeo, D. J. (2024). Implementing GeoGebra 3D Calculator with augmented reality in multivariable calculus education: A preliminary investigation. *IEEE Transactions on Learning Technologies, 17*(1), 14–23.

- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 61*(1–2), 103–131.

- Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: Towards an international GeoGebra Institute. *International Journal for Technology in Mathematics Education, 14*(2), 55–62.

- Iparraguirre-Villanueva, J. E., Mendoza-Figueroa, D. E., & Pazmiño-Gonzales, M. (2024). Estrategias activas con GeoGebra 3D para el aprendizaje de cálculo multivariable. *Revista Innova Educación, 6*(1), 89–108.

- Khan, R., et al. (2021). Active learning strategies in multivariable calculus. *Journal of Mathematics Education, 12*(2), 45–60.

- Lepellere, M. A. (2024). GeoGebra applets and homework tasks to help engineering students with 3D visualization in a multivariable calculus course. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics, 52*, 296–326.

- Marzano, R. J., & Kendall, J. S. (2008). *Designing and assessing educational objectives: Applying the new taxonomy*. Corwin Press.

- Medina Herrera, G., et al. (2024). Visualización espacial y uso de tecnología inmersiva en educación matemática. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa, 11*(3), 223–240.

- Novak, J. D. (2010). *Learning, creating, and using knowledge: Concept maps as facilitative tools in schools and corporations* (2ª ed.). Routledge.

- Retyca-Tecno. (2018). Cambio de variables en integrales dobles y triples utilizando GeoGebra. Universidad Nacional de Córdoba.

- Singh, R., & Patel, S. (2022). A multidimensional rubric for evaluating multivariable calculus tests. *Journal of STEM Education*, 14(4), 58–72.

- Sousa, D. A. (2016). *How the brain learns mathematics* (2ª ed.). Corwin.

- Stewart, J. (2015). *Cálculo de varias variables* (7ª ed.). Cengage Learning.

- Tall, D. (1993). Students' difficulties in calculus. In Proceedings of Working Group 3 on Students' Difficulties in Calculus (ICME-7), Québec, Canadá.

- Tokuhama-Espinosa, T. (2017). *Neuroeducación: Solo se puede aprender aquello que se ama*. Paidós.

- Tineo, A. J. (2025). Propuesta didáctica con GeoGebra para articular registros algebraico-geométricos en integrales triples. *Journal Scientific Investigar, 9*(1), 1–22.

- Ziatdinov, R., & Valles, J. R. Jr. (2022). Mathematics learning through modeling–visualization–programming with GeoGebra 3D. *International Journal of STEM Education, 9*, Article 8.

- Jacobs, E. (2023). *Breaking the Plane: Exploring 3D AR visualization of math functions*. Tech Education Review.

- Avendaño, A. (2025). Integrales triples. GeoGebra resource.

- Cheong, K. H., et al. (2024). Geogebra 3D Calculator on developer website. *ResearchGate*.

- International GeoGebra Institute. (2021). GeoGebra documentation & philosophy.

- Flores, D., & Gaita, E. (2014). Tecnología y cambio educativo en cálculo universitario. Universidad Pontificia Católica del Perú.

- Bustos, P. (2013). GeoGebra como software libre para la enseñanza universitaria. *Educación Matemática en la Enseñanza Superior*.

- Bello, L. (2013). GeoGebra y su impacto en el aprendizaje autónomo. *Journal of Educational Software*, 5(2), 112–125.

- Kovács, Z., & Sólyom-Gecse, C. (2016). GeoGebra tools with proof capabilities. *ArXiv*.

- Thaller, A., & Kovács, Z. (2022). Online generation of proofs without words. *ArXiv*.

- Zoltán, K., Recio, T., & Ariño, B. (2024). Growing automated reasoning in GeoGebra Discovery. *ArXiv*.

- Pino-Gadvay, J. D., & Guillen-García, J. G. (2024). Uso del software Algebrator en aprendizaje de ecuaciones de segundo grado. *Revista de Tecnología Educativa, 8*(3), 45–58.

- Mendoza-Talledo, O. L., Beato Díaz, O., & Palma Holguín, G. A. (2024). La influencia del lenguaje matemático en el aprendizaje. *Revista INEVAL de Educación*, 12(2), 67–85.

- Lepellere, M. A. (2024). GeoGebra 3D en cálculo multivariable: applets y visualización. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics, 52*, 296–326.

- Retyca-Tecno. (2022). Cambio de variables en integrales dobles y triples con GeoGebra. Universidad Católica del Norte.

- SpringerLink. (2023). Exploring concepts of definite integrals in two variables using GeoGebra. *Education and Information Technologies*.

- Lepellere, M. A., & Colleagues. (2024). GeoGebra applets and homework tasks to help engineering students. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics, 52*, 296–326.

10 ANEXOS

10.1 Ficha técnica

FICHA TÉNICA INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN	
NOMBRE DEL INSTRUMENTO:	Cuestionario de percepción sobre el uso del software GeoGebra 3D Android
OBJETIVO DEL INSTRUMENTO:	Conocer la percepción estudiantil respecto al uso del software GeoGebra 3D Android como recurso didáctico para el aprendizaje de funciones multivariables e integrales triples en el curso de Matemática Intermedia II, de la carrera de Ingeniería Civil.
TAMAÑO DE LA MUESTRA:	Grupo sin GeoGebra: 23 estudiantes Grupo con GeoGebra: 28 estudiantes
METODOLOGÍA:	Encuesta en línea, utilizando formulario digital
DURACIÓN:	40 minutos
POBLACIÓN OBJETIVO:	Estudiantes que han finalizado el curso de Matemática Intermedia II, cuarto ciclo de la carrera de Ingeniería Civil del Centro Universitario de San Marcos (CUSAM), Universidad de San Carlos de Guatemala.
TIPO DE INSTRUMENTO:	Cuestionario estructurado, cerrado, con preguntas de opción múltiple tipo Likert de 5 niveles.
ADMINISTRACIÓN:	Individual
AÑO:	2025
DESCRIPCIÓN DEL INSTRUMENTO:	Compuesto por 10 ítems enfocados en evaluar frecuencia de uso, tipo de actividades, interacción con el entorno 3D, y percepción de utilidad del software. Las respuestas se estructuran en una escala Likert de cinco niveles (de “totalmente en desacuerdo” a “totalmente de acuerdo”).
VALIDACIÓN DEL INSTUMENTO:	Revisión por el asesor de tesis y validación por juicio de expertos académicos del área de didáctica y tecnología educativa.

FICHA TÉNICA INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN	
NOMBRE DEL INSTRUMENTO:	Matriz de rendimiento
OBJETIVO DEL INSTRUMENTO:	Analizar el rendimiento académico de los estudiantes en graficar funciones multivariables e integrales triples en el curso de Matemática Intermedia II, a través de los resultados obtenidos en evaluaciones aplicadas durante el semestre.
TAMAÑO DE LA MUESTRA:	Grupo sin GeoGebra: 23 estudiantes Grupo con GeoGebra: 28 estudiantes
METODOLOGÍA:	Registro y análisis de resultados en evaluaciones parciales, examen final y promedio final del curso.
DURACIÓN:	De 40 a 120 minutos
POBLACIÓN OBJETIVO:	Estudiantes del curso de Matemática Intermedia II, de la Carrera de Ingeniería Civil, Centro Universitario de San Marcos, Universidad de San Carlos de Guatemala
TIPO DE INSTRUMENTO:	Mixto: incluye preguntas teóricas y problemas de aplicación numérica y gráfica.
ADMINISTRACIÓN:	Individual
AÑO:	2025
DESCRIPCIÓN DEL INSTRUMENTO:	Compuesto por 5 secciones distribuidas en tres evaluaciones parciales, un examen final y un promedio final. Cada sección evalúa aspectos conceptuales, gráficos y procedimentales relacionados con funciones multivariables e integrales triples, en congruencia con los contenidos programáticos del curso.
VALIDACIÓN DEL INSTUMENTO:	Revisión y validación por el asesor de tesis, conforme a los criterios del área de matemáticas aplicadas.

10.2 Instrumentos

10.2.1 Guía de Evaluación

Universidad de San Carlos de Guatemala
Centro Universitario de San Marcos
Departamento de Estudios de Postgrados
Maestría en Docencia Universitaria con Orientación en Neuroeducación

---

Herramienta de Evaluación:

Cuestionario de implementación del software GeoGebra 3D Android en el curso de Matemática Intermedia II

Instructivo: Este cuestionario forma parte de una investigación educativa aplicada en el curso de Matemática Intermedia II. Su objetivo es conocer tu percepción respecto del uso del software GeoGebra 3D Android para modelado de multivariables en clase. Por favor, responde con sinceridad cada uno de los ítems marcando una opción en la escala de 1 a 5 según tu grado de acuerdo.

Escala tipo Likert:

1 = Totalmente en desacuerdo
2 = Parcialmente en desacuerdo
3 = Indiferente
4 = Parcialmente de acuerdo
5 = Totalmente de acuerdo

Sección I. Datos Generales

1. Edad: _____

2. Sexo:
   a) Masculino
   b) Femenino

3. Semestre actual:
   a) tercero
   b) Cuarto

4. ¿Es esta la primera vez que cursa Matemáticas Intermedia II?
   a) Sí
   b) No

5. ¿Asiste regularmente a las clases del curso?
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

Sección II Percepción sobre software GeoGebra 3D Android

- Utilicé GeoGebra 3D Android frecuentemente durante el desarrollo del curso.
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

- El uso de GeoGebra 3D fue parte activa de las clases y tareas asignadas..
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

- Considero que el uso de GeoGebra 3D facilitó mi comprensión de funciones multivariables.
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

- GeoGebra me permitió visualizar mejor los conceptos que antes no comprendía con el método tradicional.
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

- Me sentí más motivado a estudiar al utilizar GeoGebra 3D como herramienta de aprendizaje.
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

- GeoGebra fue fácil de usar y navegar en mi dispositivo móvil..
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

- Recomendaría el uso de GeoGebra 3D en otros cursos de matemáticas
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

- Me sentí más seguro al resolver ejercicios después de usar GeoGebra 3D..
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

- Considero que el uso del software me ayudó a obtener mejores calificaciones
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

- Aprendí a manipular objetos en 3D dentro del software sin dificultad.
    a) Totalmente de acuerdo
    b) De acuerdo
    c) Neutral
    d) En desacuerdo
    e) Totalmente en desacuerdo

Gracias por tu participación. Tu aporte es valioso para la mejora de la enseñanza universitaria.

Título: Cuestionario de implementación sobre software GeoGebra 3D Android en el curso de Matemática Intermedia II

Tercer Examen Parcial

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE SAN MARCOS
CARRERA DE INGENIERIA CIVIL
CURSO: MATEMATICA INTERMEDIA II
SEGUNDO SEMETRE 2023
INGENIERO DIEGO OROZCO
TERCER EXAMEN PARCIAL
VALOR 20 PUNTOS
TEMARIO 002
ESTUDIANTE: _____ **CARNÉ:** _____

USAC TRICENTENARIA
Universidad de San Carlos de Guatemala
Centro Universitario de San Marcos | CUSAM
CARRERA: INGENIERÍA CIVIL

INSTRUCCIONES: Resuelva correctamente los siguientes problemas. Deje constancia de todos sus cálculos y suposiciones. Resalte sus respuestas. **Apague su celular**. Duración del examen 90 minutos.

PROBLEMA 1 (8 pts.)

Encuentre el centro de masa del sólido acotado por las gráficas de $y = x^2$, $y = x$, $z = y + 2$ y $z = 0$ si la densidad ρ en el punto P es directamente proporcional a la distancia desde el plano xy.

PROBLEMA 2 (7 pts.)

a) CACLULAR EL VOLUMEN DELIMITADO POR LAS CURVAS, Dibujar el sólido del cuerpo 3D, y los planos 2D.

$$x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 + z^2 = 16, z = 0$$

b) CACLULAR EL VOLUMEN DELIMITADO POR LAS CURVAS, Dibujar el sólido del cuerpo 3D, y los planos 2D.

$x^2 + y^2 + z^2 = 4, y = x, y = \sqrt{3}x, z = 0$, primer octante

PROBLEMA 4 (5 pts.)

CACLULAR EL VOLUMEN DELIMITADO POR LAS CURVAS, Dibujar el sólido del cuerpo 3D, y los planos 2D. (trabajar en coordenadas rectangulares)

$$y = x^2 + z^2, y = 8 - x^2 - z^2$$

Examen Final

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE SAN MARCOS
CARRERA DE INGENIERIA CIVIL
PRIMER SEMESTRE 2025
CURSO: MATEMATICA INTERMEDIA II
EXAMEN FINAL
VALOR 25 PTS.

USAC TRICENTENARIA
Universidad de San Carlos de Guatemala
Centro Universitario de San Marcos | CUSAM
CARRERA: INGENIERÍA CIVIL

*ESTUDIANTE:*_____ *CARNET:*_____

INSTRUCCIONES: A continuación, se le presenta una serie de 4 temas los cuales debe de resolver en 120 minutos. Deje constancia de todos sus cálculos y suposiciones. Resalte sus respuestas. **Apague su celular.**

PROBLEMA 1 (10 pts.)
CALCULAR LA MASA Y EL CENTRO DE MASA DEL SOLIDO "E" QUE RESULTA AL DELIMITAR LAS SIGUIENTES CURVAS, CON FUNCION DE DENSIDAD.

$$x = 0; x = a; y = 0; y = a; z = 0; z = a \; \rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

(Trabajar en coordenadas rectangulares x, y, z. y dejar graficas que validen los límites de integración)

PPROBLEMA 2 (5 pts.)
UTILIZAR INTEGRALES TRIPLES PARA CALCULAR EL VOLUMEN DEL SOLIDO DELIMITADO POR LAS CURVAS $x = 4 - y^2$; $y + z = 2$, UBICADAS EN EL PRIMER OCTANTE.

PROBLEMA 3 (5 pts.)

a) OBTENGA EL DOMINIO Y GRAFIQUELO DE LA SIGUIENTE FUNCION:
$f(x, y, z) = Ln(xy + x - y - 1)$

b) Evalué la integral doble $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3+1} dydx$

PROBLEMA 4 (5 pts.)

DETERMINE TODOS LOS MAXIMOS Y MINIMOS DE LA SIGUIENTE FUNCION

$$F(x, y) = x^3 - y^3 - 2xy + 6$$

10.3 Cronograma

Actividades	Meses																											
	Octubre				Noviembre				Enero				Febrero				Marzo				Abril				Mayo			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
a) Problema de investigación																												
b) Planteamiento del problema																												
c) Pregunta principal																												
d) Preguntas secundarias																												
e) Objetivos																												
f) Objetivo general																												
g) Objetivos específicos																												
h) Operacionalización de variables																												
i) Estado del arte																												
j) Delimitación en tiempo y espacio																												
k) Alcances y limites																												
l) Metodología																												
m) Sujetos																												
n) Instrumentos																												
o) Procedimiento																												
p) Tipo de investigación, diseño y metodología estadística																												
q) Fundamentos teóricos																												
r) Referencias																												
s) Anexos																												
t) Fichas técnicas de los instrumentos de investigación																												
u) Cronograma																												

10.4 No plagio

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE SAN MARCOS
DEPARTAMENTO DE ESTUDIO DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN DOCENCIA UNIVERSITARIO CON ORIENTACIÓN EN NEUROEDUCACIÓN

Yo, Diego Esteban Orozco Orozco, con carné número 200611100, en mi calidad de estudiante de Maestría en Docencia Universitaria con Orientación en Neuroeducación y en atención al artículo 6 inciso d) del Normativo de Tesis de los Programas de Maestría del Departamento de Estudios de Posgrado del Centro Universitario de San Marcos, contenido en el inciso 3.28 del Acta número 03-2019 de la sesión ordinaria celebrada por el Consejo Directivo el 22 de febrero de 2019; declaro: que para la realización y presentación del informe de investigación de tesis se utilizaron las técnicas adecuadas de investigación, consulta y citación de las fuentes necesarias y pertinentes, se evitó el plagio y el autoplagio; por lo que en este se respetan los derechos de autor de conformidad con la ley.

Diego Esteban Orozco Orozco
200611100